

Todennäköisyytlaskenta sivuaineopiskelijoille, demo 3 26.9.2013

1. Oletetaan, että tapaukset A , B ja C ovat toisensa poissulkevat ja olkoot todennäköisyydet $P(A) = 1/5$, $P(B) = 1/4$ ja $P(C) = 1/3$. Millä tn:llä näistä tapauksista a) kaikki tapahtuvat; b) ainakin yksi tapahtuu; c) yksikään ei tapahdu; d) tarkalleen yksi tapahtuu; e), f), g) ja h) kuten a), b), c) ja d) edellä, mutta poissulkevuuden sijasta oletetaan, että tapaukset A , B ja C ovat riippumattomat?
2. Todista lauseen 1.8 b) kohta, ts. kaava

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C).$$

Vihje: Käytä apuna a) kohdan tulosta.

3. Tuotetta valmistetaan kolmessa tehtaassa. Ensimmäisen tehtaan osuus kokonaistuotannosta on 25%, toisen 35% ja kolmannen 40%. Ensimmäisen tehtaan tuotteista 5%, toisen tehtaan tuotteista 4% ja kolmannen tehtaan tuotteista 2% on viallisia. Mikä osuus kaikista tuotteista on viallisia? Jos tuote on viallinen, niin millä tn:llä se on valmistettu tehtaassa i , kun $i = 1, 2, 3$?
4. Ankkalinnasta Hanhivaaraan kulkee kaksi tietä ja samoin Hanhivaarasta Sorsapuistoon kulkee kaksi tietä. Lumimyrskyn jälkeen kukin tie on tukossa todennäköisyydellä p muista riippumatta. a) Millä tn:llä Ankkalinnasta on avoin reitti Sorsapuistoon? b) Jos Ankkalinnasta ei ole avointa reittiä Sorsapuistoon, niin millä tn:llä Ankkalinnasta pääsee Hanhivaaraan?
5. Taksi oli osallisena yöllä tapahtuneessa yliajo-onnettomuudessa. Kaupungissa on kaksi taksiyhtiötä, joista toisen taksit ovat punaisia ja toisen vihreitä. Punaisten taksien osuus on 85% ja vihreiden 15%. Onnettomuuden nähneen silminnäkijän mukaan taksi oli vihreä. Tutkimuksessa on käynyt ilmi, että silminnäkijä tunnistaa vastaavissa olosuhteissa taksin värin oikein 80% tapauksista. Millä tn:llä onnettomuudessa mukana ollut taksi oli vihreä?
6. Kun tietyn gallerian taulut tutkittiin, huomattiin, että 25 % niistä oli väärennöksiä. Tietty taiteen keräilijä luulee todennäköisyydellä 0.15 aitoa taulua väärennökseksi ja samoin todennäköisyydellä 0.15 väärennöstä aidoksi. Jos tämä keräilijä ostaa galleriasta taulun, jota hän pitää aitona, niin millä todennäköisyydellä teos on väärennös; entä aito? Millä todennäköisyydellä keräilijän väärennöksenä pitämä taulu onkin aito; entä väärennös? Piirrä myös puukuvio, merkitse siihen annetut todennäköisyydet ja laske kuvion perusteella todennäköisyys, että keräilijä pitää taulua aitona. Kirjoita kaikki prioriset ja posterioriset todennäköisyydet taulukokosi vertailun helpottamiseksi.