

Todennäköisyyslaskenta sivuaineopiskelijoille, demo 2

19.9.2013

1. Merkitään symboleilla A , B ja C tapauksia, että opiskelijat A , B , ja C saavat stipendin. Kirjoita seuraavat tapaukset tapausten A , B ja C avulla: *a*) kaikki kolme opiskelijaa saavat stipendin; *b*) ainakin yksi opiskelija saa stipendin; *c*) yksikään heistä ei saa stipendiä; *d*) ainoastaan A saa stipendin; *e*) tarkalleen yksi opiskelijoista saa stipendin; *f*) tarkalleen kaksi opiskelijoista saa stipendin; *g*) A tai B saa stipendin mutta eivät molemmat.
2. Tietyissä 400 ihmisen joukossa 300 ui tai juoksee, 160 ui ja 120 sekä ui että juoksee. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu henkilö *a*) juoksee; *b*) ei juokse eikä ui? Ratkaise tämä tehtävä sekä Venn-diagrammin avulla että lauseiden 1.6 ja 1.8 avulla (vihje: *a*-kohdassa ratkaise lauseen 1.8 *a*-tuloksesta $P(A)$). Huom! Sana *tai* sisältää todennäköisyyslaskennassa myös merkityksen *ja*. Tässä tehtävässä siis 300 henkilöä ui tai juoksee tai tekee molempia. Huomaa myös, että jos jokin tapaus tapahtuu, niin se ei sulje pois toisia mahdollisuuksia. Tässä tehtävässä siis 160 ui ja mahdollisesti myös juoksee. Tapaus "satunnaisesti valittu henkilö juoksee" sisältää mahdollisuuden, että henkilö myös ui.
3. Kirjahyllyyn asetetaan satunnaisesti 3 matematiikan, 4 fysiikan, 3 tilastotieteen ja 2 tietojenkäsittelyn kirjaa. Kuinka monella tavalla kirjat voidaan järjestää jonoon, kun *a*) kaikki kirjat katsotaan erilaisiksi; Millä n :llä *b*) kaikki matematiikan kirjat ovat hyllyssä ensimmäisinä vierekkäin; *c*) kaikki matematiikan kirjat ovat vierekkäin; *d*) kaikki saman alan kirjat ovat vierekkäin?
4. Tehtävän 3 kirjahyllystä valitaan 6 satunnaista kirjaa. Millä n :llä saadaan *a*) 2 matematiikan kirjaa; *b*) 2 matematiikan ja 2 fysiikan kirjaa; *c*) 2 matematiikan, 2 fysiikan, 1 tilastotieteen ja 1 tietojenkäsittelyn kirja? *d*) Kun hyllystä otetaan 3 kirjaa, niin millä n :llä ne ovat kaikki saman tieteenalan kirjoja (vihje: summaperiaate)?
5. Turussa ilmestyy lehdet Turun Sanomat, Turkulainen ja Tämmöttis. Aukkaista 25% lukee Turun Sanomia, 20% Turkulaista ja 13% Tämmöttis, 10% lukee sekä Turun Sanomia että Turkulaista, 8% Turun Sanomia ja Tämmöttis, 5% Turkulaista ja Tämmöttis ja 4% kaikkia kolmea lehteä. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu henkilö ei lue mitään näistä lehdistä? Ratkaise kysymys sekä Venn-diagrammia käyttäen että lauseen 1.18 *b*-kohdan perusteella (vihje: muista komplementti).
6. Ratkaise *a* ja *b* kohta ehdollisen n :n määritelmän avulla ja *c* ja *d* kohta supistetun otosavaruuden avulla. *a*) Tietyissä maassa 15% asukkaista on työttömiä naisia ja 25% asukkaista on työttömiä. Mikä prosenttiosuus työttömistä on naisia? *b*) Tietyissä maassa n ., että ihminen elää ainakin 80-vuotiaaksi on 0,75 ja n ., että ihminen elää ainakin 90-vuotiaaksi on 0,63. Millä n :llä ihminen elää ainakin 90-vuotiaaksi, jos hän on elänyt 80-vuotiaaksi? *c*) Laatikossa on 10 täyttä ja 3 tyhjää paristoa. Tyhjiä paristojen löytämiseksi paristoja testataan yksi kerrallaan. Jos ensimmäiset 4 testattua paristoa ovat täysiä, niin millä n :llä viides on tyhjä? *d*) Kahta noppaa heitetään. Millä n :llä ainakin yksi silmäluvusta on 5, kun tiedetään, että silmälukujen summa on jaollinen viidellä?

KÄÄNNÄ!

Summaperiaate: jos tapaus voidaan jakaa toisensa poissulkeviin osatapauksiin, niin tapaus voi sattua niin monella tavalla, kuin on osatapauksien sattumistapojen lukumäärien summa.

Oikean tuloksen varmistamiseksi etene demotehtävissä tästä eteenpäin seuraavasti:

- Anna tapauksille helposti muistettavat (ja toisistaan eroavat) *symbolit*.
- Kirjoita *annetut todennäköisyydet* symbolien avulla.
- Kirjoita ja laske *kysytty todennäköisyys* symbolien avulla.
- Käytä laskemisessa vain todennäköisyyslaskennan *tunnettuja tuloksia*.
- *Sijoita* saatuun symboliseen lausekkeeseen annetut todennäköisyydet ja sievennä.
- Usein on mielenkiintoista tietää todennäköisyydelle sekä tarkka arvo että desimaali arvo (kirjoita desimaaliluvun mahdollisten alkunollien jälkeen ainakin 4 nollasta eroavaa desimaalia).
- Tarkista laskusi.

Näitä ohjeita on noudatettava myös tenttitehtävissä.