

# Todennäköisyytlaskenta sivuaineopiskelijoille, demo1

## 12.9.2013 <sup>1</sup>

1. Heitetään harhatonta kolikkoa neljä kertaa ja kirjataan kruunan ja klaavan esiintymiset. a) Esitä otosavaruuden alkeistapaukset. b) Luettele seuraavien tapausten alkeistapaukset:  $A =$  ”klaava esiintyy toisella heitolla”,  $B =$  ”yhtään klaavaa ei esiinny”,  $C =$  ”vähintään kolme klaavaa esiintyy” ja  $D =$  ”klaava esiintyy kolme kertaa peräkkäin”. c) Laske tapausten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ja  $D$  todennäköisyydet, kun kaikki alkeistapaukset oletetaan yhtä todennäköisiksi.
2. Puinen kuutio, jonka tahkot on maalattu, sahataan tuhanneksi yhtäsuureksi kuutioksi. Niistä valitaan satunnaisesti yksi. Millä todennäköisyydellä tässä kuutiossa on  $i$  maalattua sivua, kun  $i = 0, 1, 2, 3$ ?
3. Kolme korttia merkitään numeroilla 1, 2 ja 3. Kortit sekoitetaan ja asetetaan pöydälle numeropuoli alaspäin. Koehenkilöä pyydetään arvaamaan, mikä numeroista 1, 2 ja 3 on missäkin kortissa. Oletetaan, että koehenkilöllä ei ole yliluonnollisia kykyjä. Millä todennäköisyydellä hän arvaa  $i$  korttia oikein,  $i = 0, 1, 2, 3$ ? [Vihje: oletetaan että kortit ovat järjestyksessä 1, 2 ja 3 ja luettele kaikki mahdolliset arvaukset.]
4. a) Pizzerian mainos lupaa yli tuhat erilaista pizzaa. Kuitenkin pizzerialla on käytössä vain 10 erilaista lisuketta. Pitääkö mainos paikkansa? b) Ympyrän kehältä valitaan satunnaisesti 8 pistettä. Montako nelikulmiota voidaan muodostaa käyttämällä näitä pisteitä nelikulmion kärkipisteinä? c) Eräässä aakkostossa on 7 kirjainta. Kuinka monta enintään 10-kirjaimista sanaa niistä voidaan muodostaa? d) Monellako eri tavalla joulupukki voi jakaa seitsemälle veljekselle neljä lahjaa, kun yhden henkilön saamien lahjojen määrää ei ole rajoitettu? Tarkastele erikseen tapauksia, joissa lahjat ovat erilaisia ja kaikki lahjat ovat samanlaisia. Minkälainen otanta kussakin tapauksessa on kyseessä?
5. Vuonna 1654 ranskalainen uhkapeluri Chevalier de Méré kysyi Pascalilta, onko todennäköisempää saada 4:llä nopanheitolla vähintään yksi kuutonen kuin 24:llä kahden nopan yhtäaikaisella heitolla vähintään yksi kuutospari? Vastaa tähän kysymykseen.
6. Valitaan satunnainen piste  $P = (x, y)$  yksikköympyrän (keskipiste on origossa ja säde on yksi) sisältä. Millä todennäköisyydellä a) pisteen  $P$  etäisyys origosta on korkeintaan puoli, b)  $y > \frac{1}{\sqrt{2}}$  ja c) sekä  $|x - y| < 1$  että  $|x + y| < 1$ ?

---

1. **Huom** Kaikilla kurssille osallistujilla on tenttioikeus. Tehdyistä demotehtävistä saa hyvityspisteitä tenttiin. Demot voi palauttaa kirjallisena vain, jos on erityisen pätevä syy (palautus viimeistään keskiviikkona).